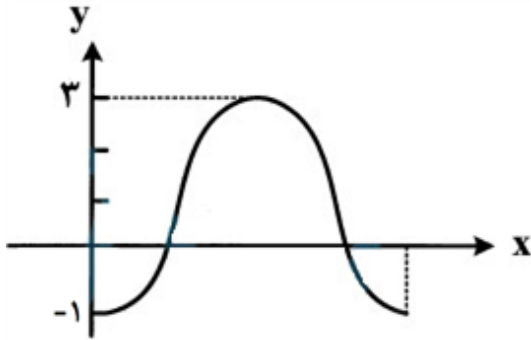


۱ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + b$  است،  $b$  کدام است؟



۴ -۲

۳ -۱

۲ ۲

۱ ۱

۲ حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 3x[x] + 8}{x^2 - [2x]}$  کدام است؟ ([ ] ، نماد جزء صحیح است).

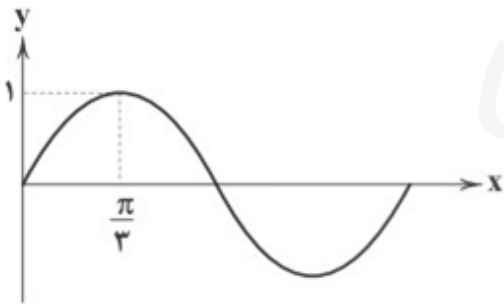
۴ صفر

۳  $-\frac{1}{2}$

۲ -۱

۱ ۳

۳ قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ ، در شکل زیر آمده است.  $f\left(\frac{11\pi}{3}\right)$  چقدر است؟



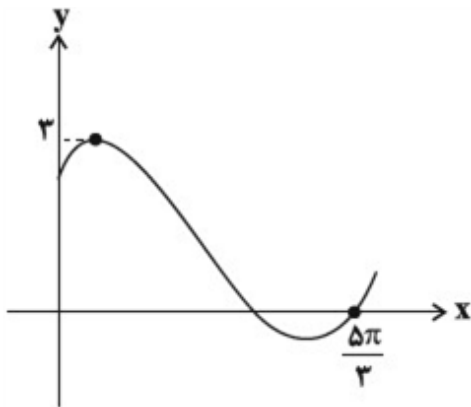
۴ -۲

۳ ۱

۲ -۱

۱ صفر

بخشی از نمودار تابع  $y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$  به صورت مقابل است. این تابع محور  $y$ ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟



۲/۵ (۴)

۲/۲۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x+2| - |1-4x|}{x^3 - 1}$  کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

اگر  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\lambda x^2 + ax - 3}{4x^2 + 7x - 2} = L$  و  $L \in \mathbb{R}$  باشد، در این صورت حاصل  $a + L$  کدام است؟

$\frac{110}{9}$  (۴)

$\frac{104}{9}$  (۳)

$\frac{107}{9}$  (۲)

$\frac{101}{9}$  (۱)

تابع  $f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 3 \\ x + 6 & x > 3 \end{cases}$  چند نقطه‌ی مشتق‌ناپذیر دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

با فرض  $f(x) = x^4 - 3x^2 + ax - a$  چند جمله‌ای  $f \circ f(x)$  بر  $x - 1$  بخش‌پذیر است. مقدار  $a$  کدام است؟

$-\frac{2}{3}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{4}{3}$  (۲)

$-\frac{4}{3}$  (۱)

مجموع جواب‌های معادله  $\cos^2 2x = \cos^4 x$  در بازه  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  چه قدر است؟

$\frac{5\pi}{4}$  (۴)

$\pi$  (۳)

$\frac{3\pi}{4}$  (۲)

$\frac{\pi}{2}$  (۱)

جواب‌های معادله‌ی  $\cos^4 x - \cos^2 x = 0$  در بازه‌ی  $[0, \pi]$  روی دایره‌ی مثلثاتی رأس‌های یک  $n$  ضلعی هستند. محیط  $n$  ضلعی کدام است؟

۵ (۴)

$4\sqrt{3}$  (۳)

۴ (۲)

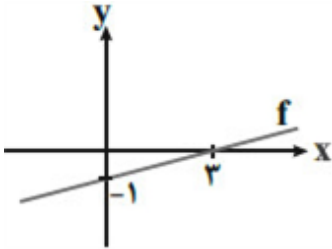
۳ (۱)

۱۱ ضابطه تابع وارون  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$  با شرط  $0 \leq x \leq -1$  کدام است؟

$f^{-1}(x) = \sqrt{1 - \sqrt{x - 2}}$  (۳)  $f^{-1}(x) = -\sqrt{1 + \sqrt{x - 2}}$  (۲)  $f^{-1}(x) = -\sqrt{1 - \sqrt{x - 2}}$  (۱)

$f^{-1}(x) = \sqrt{1 + \sqrt{x - 2}}$  (۴)

۱۲ شکل روبه‌رو نمودار تابع  $f$  را نشان می‌دهد. عرض از مبدأ تابع  $y = 2f^{-1}(x + 1) + 4$  کدام است؟



(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۷

(۱) ۱۶

۱۳ اگر  $f(x) = \sin x$  و  $g(x) = \tan x$  و  $x \in (\pi, 2\pi) - \left\{ \frac{3\pi}{2} \right\}$  باشد، کدام درست است؟

(۱) همواره  $g(x) > f(x)$

(۲) همواره  $g(x) < f(x)$

(۳) ابتدا  $g(x) < f(x)$  و سپس  $g(x) > f(x)$

(۴) ابتدا  $g(x) > f(x)$  و سپس  $g(x) < f(x)$

۱۴ در مورد تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{-x}{\operatorname{tg} \pi x + 1}$  کدام گزینه درست است؟

$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{\pi}\right)^+} f(x) = -\infty$  (۲)

$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{\pi}\right)^+} f(x) = -\infty$  (۱)

$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{\pi}\right)^+} f(x) = -\infty$  (۴)

$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{-1}{\pi}\right)^-} f(x) = +\infty$  (۳)

۱۵ اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n - \sqrt{9x^2 - 6x + 2}}{3x - |2x + 5|} = -1$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a + 6)\sqrt{x}}{\sqrt{4x + 1} - 1}$  کدام است؟

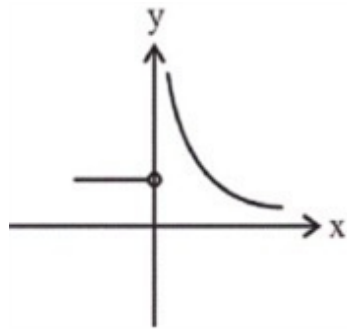
(۴) ۲

(۳) ۱

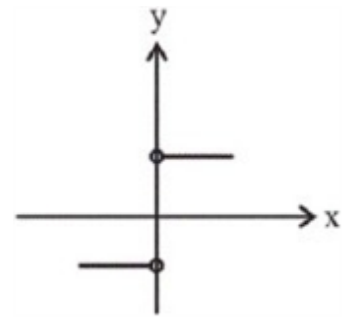
(۲) -۱

(۱) -۲

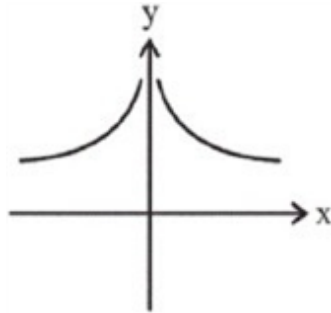
۱۶ اگر تابع  $f$  در  $x = 0$  گوشه‌ای باشد، نمودار  $f'$  کدام نمی‌تواند باشد؟



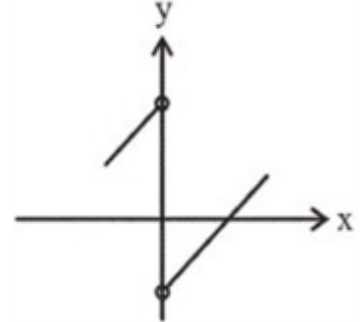
۲



۱



۴



۳

۱۷ ضابطه وارون تابع  $f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{x-2}}$  کدام است؟

$f^{-1}(x) = x^2 - 2x^2 + 3, x \geq 1$  ۲

$f^{-1}(x) = x^2 - 2x^2 + 1, x \geq 1$  ۱

$f^{-1}(x) = x^2 - 2x^2 + 3, x \geq 2$  ۴

$f^{-1}(x) = x^2 - 2x^2 + 1, x \geq 2$  ۳

۱۸ خط  $y = -2$  نمودار  $y = \text{tg } 2x$  را در بازه  $(0, a)$  در ۳ نقطه قطع می‌کند،  $a$  کدام می‌تواند باشد؟

$\frac{5\pi}{2}$  ۴

$\pi$  ۳

$\frac{3\pi}{2}$  ۲

$2\pi$  ۱

۱۹ اگر  $f(x) = x^2 - 3x + 8$  و  $g(x) = 1 - 2x$  باشند و  $\alpha$  و  $\beta$  را ریشه‌های معادله  $(f \circ g)(x) = 12$  بنامیم، آن‌گاه حاصل  $|\alpha - \beta|$  کدام است؟

$4/5$  ۴

$1/5$  ۳

$2$  ۲

$2/5$  ۱

۲۰ عرض از مبدأ خط قائم بر نمودار  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$  در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر آن کدام است؟

$-\frac{1}{2}$  ۴

$\frac{1}{2}$  ۳

$-\frac{3}{2}$  ۲

$\frac{3}{2}$  ۱

۲۱ اگر زاویه‌ای حاده باشد و  $\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{14}}{5}$ ، آن‌گاه  $\sin x + \cos x$  کدام است؟

$1/6$  ۴

$1/4$  ۳

$1/2$  ۲

$5/8$  ۱

۲۲

آهنگ متوسط تغییر با ضابطه‌ی  $f(x) = \sqrt{2x}$  در بازه‌ی  $[0, \frac{1}{9}], [\frac{1}{2}, 8]$  برابر با آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در کدامیک از نقاط زیر است؟

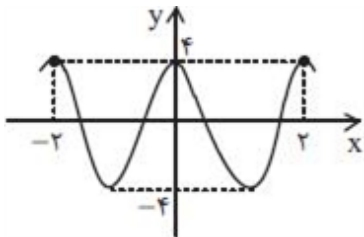
$$x = \frac{16}{9} \quad \text{۴}$$

$$x = \frac{4}{9} \quad \text{۳}$$

$$x = \frac{9}{8} \quad \text{۲}$$

$$x = \frac{9}{22} \quad \text{۱}$$

۲۳ اگر نمودار تابع  $y = a \sin \pi \left( \frac{1}{2} - bx \right)$  به صورت زیر باشد، حاصل  $a + b$  کدام است؟



$$۵ \text{ یا } ۳ \quad \text{۴}$$

$$۵ \text{ یا } ۴ \quad \text{۳}$$

$$۵ \quad \text{۲}$$

$$۳ \quad \text{۱}$$

۲۴ اگر  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + ax + b - 1}{\sqrt{1 + 4x} - 1} = 2$  باشد، حاصل  $a + b$  کدام است؟

$$۴ \quad \text{۴}$$

$$۳ \quad \text{۳}$$

$$۲ \quad \text{۲}$$

$$۱ \quad \text{۱}$$

۲۵ تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = 3 - 2|x - 1|$  که دامنه‌ی آن محدود به بازه‌ی  $(1, +\infty)$  است، مفروض است. اگر  $(f \circ g)(x) = x$ ، آن‌گاه  $g(-1)$  کدام است؟

$$-۳ \quad \text{۴}$$

$$۱ \quad \text{۳}$$

$$۳ \quad \text{۲}$$

$$-۱ \quad \text{۱}$$

کیا درس  
Kiaac.ir

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بیشترین مقدار سینوس برابر ۱ می‌باشد  $a + b = 3$  به‌ازای  $x = 0$  داریم  $-a + b = -1$  از جمع دو تساوی  $b = 1$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. وقتی  $x \rightarrow 2^+$  می‌توان فرض کرد  $2 < x < 5/2$ ، پس  $[x] = 2$ ، همچنین  $4 < 2x < 5$ ، پس  $[2x] = 4$ ، بنابراین:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x[x] + 8}{x^2 - [2x]} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x(2) + 8}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4x + 8}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x-4)}{(x-2)(x+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-4}{x+2} = \frac{2-4}{2+2} = \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع از مبدأ مختصات عبور کرده:

$$\begin{aligned} f(0) = 0 &\Rightarrow 0 = a \sin \frac{\pi}{6} + b \Rightarrow \frac{a}{2} + b = 0 \Rightarrow a = -2b \\ \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1 &\Rightarrow a + b = 1 \xrightarrow{a=-2b} -2b + b = 1 \Rightarrow b = -1, a = 2 \\ \Rightarrow f(x) &= 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 \\ \Rightarrow f\left(\frac{11\pi}{3}\right) &= 2 \sin\left(\frac{11\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 2 \sin\left(\frac{23\pi}{6}\right) - 1 \\ &= 2 \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 2 \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) - 1 = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 = -1 - 1 = -2 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مختصات هر نقطه روی نمودار، در ضابطه‌ی تابع صدق می‌کند، بنابراین:

$$y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \xrightarrow{\left(\frac{5\pi}{3}, 0\right)} 0 = a + b \sin\left(\frac{5\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 0 = b \sin\left(\frac{11\pi}{6}\right) + a$$

$$\Rightarrow 0 = a + b \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 0 = a - b \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 0 = a - b\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 2a = b$$

تابع  $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$  با شروع از  $x = 0$  تابعی صعودی است. لذا با توجه به نمودار تابع  $y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$  که در ابتدای آن صعودی است نتیجه می‌شود که علامت ضریب  $b$  مثبت بوده و ماکزیمم مقدار تابع برابر  $a + b \times 1$  خواهد بود.

$$3 = a + b(1) \Rightarrow a + b = 3$$

از حل دستگاه  $a = 1, b = 2$  به دست می‌آید.

$$y = 1 + 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \xrightarrow{x=0} y = 1 + 2\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\overbrace{|x+2|}^{\text{مثبت}} - \overbrace{|1-4x|}^{\text{منفی}}}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3x + 3}{x^3 - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{-3}{1+1+1} = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون حد مخرج کسر در نقطه‌ی  $x = \frac{1}{4}$  برابر صفر است، پس باید حد صورت کسر نیز برابر

صفر باشد تا به حالت مبهم  $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$  تبدیل شود و حاصل حد بتواند برابر عدد مشخص  $L$  شود. پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} (ax^2 + ax - 3) = 0 \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{a}{4} - 3 = 0 \Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow a = 10$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{ax^2 + 10x - 3}{4x^2 + 7x - 2} = \frac{0}{0} \text{ مبهم} \xrightarrow{\text{تجزیه صورت و مخرج}} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{(4x-1)(2x+3)}{(4x-1)(x+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{2x+3}{x+2} = \frac{\frac{1}{2} + 3}{\frac{1}{4} + 2} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{9}{4}} = \frac{14}{9} \Rightarrow L = \frac{14}{9}$$

$$\Rightarrow a + L = 10 + \frac{14}{9} = \frac{104}{9}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تمام ضابطه‌ها چندجمله‌ای هستند و چند جمله‌ای‌ها در  $R$  مشتق‌پذیرند. فقط باید نقاط مرزی  $(x=3, x=0)$  را بررسی کنیم.

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -4 \quad \text{نقطه ی } x=0$$

در نتیجه تابع در  $x=0$  پیوسته نیست پس مشتق‌ناپذیر است.

$$f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 9 \quad \text{نقطه ی } x=3$$

چون تابع در  $x=3$  پیوسته است باید مشتق چپ و راست آن را محاسبه می‌کنیم:

$$f'_+(3) = (x+6)' = 1, \quad f'_-(3) = (x^2)' = 2x \xrightarrow{x=3} f'_-(3) = 6$$

چون مشتق‌های چپ و راست در  $x=3$  برابر نیستند تابع در این نقطه هم مشتق‌پذیر نیست.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باقی‌مانده ی  $f \circ f(x) = g(x)$  بر  $x-1$  برابر  $g(1)$  است؛ پس باید  $g(1) = 0$  باشد:

$$f \circ f(1) = 0 \Rightarrow f(-2) = 0 \Rightarrow 16 - 12 - 2a - a = 0 \Rightarrow 3a = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$2 \sin^2 2x = \cos 4x \Rightarrow 1 - \cos 4x = \cos 4x$$

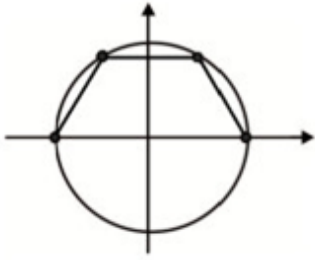
$$\Rightarrow \cos 4x = \frac{1}{2} \Rightarrow 4x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{\pi}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰

$$\cos 4x - \cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 4x = \cos 2x \Rightarrow \begin{cases} 4x = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = k\pi \\ 4x = 2k\pi - 2x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$$

بنابراین جوابهای معادله در بازه  $[0, \pi]$  نقاط  $x = 0$ ،  $x = \frac{\pi}{3}$ ،  $x = \frac{2\pi}{3}$  و  $x = \pi$  هستند، پس:



$$\text{محیط} = 2 + 1 + 1 + 1 = 5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۱

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 2^x + 3 = x^2 - 2x^x + 1 + 2 = (x^x - 1) + 2 \\ y &= (x^x - 1)^2 + 2 \Rightarrow (x^x - 1)^2 = y - 2 \Rightarrow |x^x - 1| = \sqrt{y - 2} \\ \xrightarrow{-1 \leq x^x - 1 \leq 0} & -(x^x - 1) = \sqrt{y - 2} \Rightarrow x^x - 1 = -\sqrt{y - 2} \\ \Rightarrow x^x &= 1 - \sqrt{y - 2} \Rightarrow |x| = \sqrt{1 - \sqrt{y - 2}} \\ \xrightarrow{-1 \leq x \leq 0} & -x = \sqrt{1 - \sqrt{y - 2}} \Rightarrow x = -\sqrt{1 - \sqrt{y - 2}} \\ \Rightarrow f^{-1}(x) &= -\sqrt{1 - \sqrt{x - 2}} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$\text{شیب خط} = \frac{1}{3} \xrightarrow{(\cdot, -1) \in f} f: y + 1 = \frac{1}{3}(x - 0)$$

$$\xrightarrow{\times 3} 3y + 3 = x$$

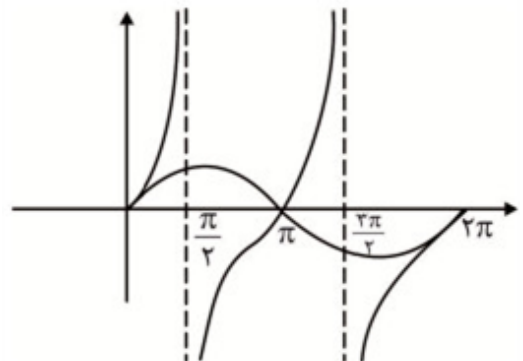
$$\Rightarrow f^{-1}: y = 3x + 3$$

$$y = 2f^{-1}(x + 1) + 4 = 2(3(x + 1) + 3) + 4 = 6x + 16$$

$$\xrightarrow{x=0} y = 16$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳

با توجه به شکل، ابتدا در بازه  $(\pi, \frac{3\pi}{2})$ ،  $g(x) > f(x)$  و سپس در بازه  $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ ،  $g(x) < f(x)$  است.





$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^+} \frac{-x}{\operatorname{tg} \pi x + 1} = \frac{-\frac{\pi}{4}}{\operatorname{tg} \left( \left( \frac{\pi}{4} \right)^+ \right) + 1} = \frac{-\frac{\pi}{4}}{(-1)^{++1}} = \frac{-\frac{\pi}{4}}{0^+} = -\infty$$

گزینه ۱:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^+} \frac{-x}{\operatorname{tg} \pi x + 1} = \frac{\frac{\pi}{4}}{\operatorname{tg} \left( \left( -\frac{\pi}{4} \right)^+ \right) + 1} = \frac{\frac{\pi}{4}}{(-1)^{+1}} = \frac{\frac{\pi}{4}}{0^+} = +\infty$$

گزینه ۲:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^-} \frac{-x}{\operatorname{tg} \pi x + 1} = \frac{\frac{\pi}{4}}{\operatorname{tg} \left( \left( -\frac{\pi}{4} \right)^- \right) + 1} = \frac{\frac{\pi}{4}}{(-1)^{-+1}} = \frac{\frac{\pi}{4}}{0^-} = -\infty$$

گزینه ۳:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^+} \frac{-x}{\operatorname{tg} \pi x + 1} = \frac{-\frac{\pi}{4}}{\operatorname{tg} \left( \left( \frac{\pi}{4} \right)^+ \right) + 1} = \frac{-\frac{\pi}{4}}{-\infty + 1} = \frac{-\frac{\pi}{4}}{-\infty} = 0$$

گزینه ۴:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون حاصل حد در بی‌نهایت برابر عددی مخالف صفر شده است، پس صورت و مخرج کسر هم‌درجه بوده‌اند. چون مخرج از درجه ۱ است، پس صورت کسر هم باید از درجه ۱ باشد و در نتیجه  $n = 1$  است. از طرفی با استفاده از قاعده پرتوان خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n - \sqrt{9x^2 - 6x + 2}}{3x - |2x + 5|} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - \sqrt{9x^2}}{3x - (-2x - 5)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - |3x|}{5x + 5} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 3x}{5x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a+3)x}{5x} = \frac{a+3}{5} \Rightarrow \frac{a+3}{5} = -1 \Rightarrow a+3 = -5 \Rightarrow a = -8 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a+6)\sqrt{x}}{\sqrt{4x+1}-1} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a+6)\sqrt{x}}{\sqrt{4x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a+6)\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \frac{a+6}{2} = \frac{-8+6}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶

تابع گزینه «۴»، در  $x = 0$  خط مماس قائم دارد چرا که هر دو مشتق چپ و راست  $+\infty$  هستند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$D_f = [2, +\infty)$$

$$\sqrt{x-2} \geq 0 \Rightarrow 1 + \sqrt{x-2} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{1 + \sqrt{x-2}} \geq \sqrt{1} = 1 \Rightarrow R_f = [1, +\infty)$$

$$y = f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{x+2}} \Rightarrow y^2 = 1 + \sqrt{x+2}$$

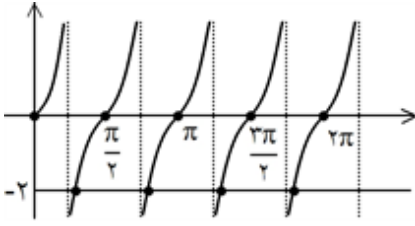
$$\Rightarrow (y^2 - 1)^2 = x + 2 \Rightarrow y^4 - 2y^2 + 1 = x + 2$$

$$\Rightarrow x = y^4 - 2y^2 + 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = x^{\frac{1}{4}} - 2x^{\frac{1}{2}} + 1$$

$$D_{f^{-1}} = R_f = [1, +\infty)$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار  $\tan^2 x$ ، در بین گزینه‌ها فقط  $\frac{3\pi}{4}$  قابل قبول است. ۱۸



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$f(x) = x^3 - 3x + 8$$

$$g(x) = 1 - 2x$$

$$(f \circ g)(x) = f(1 - 2x) = (1 - 2x)^3 - 3(1 - 2x) + 8 = 4x^3 + 2x + 6$$

$$(f \circ g)(x) = 12 \Rightarrow 4x^3 + 2x + 6 = 12 \Rightarrow 2x^3 + x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (2x + 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \text{ یا } x = 1$$

فرض می‌کنیم که  $\beta = 1$  و  $\alpha = -\frac{3}{2}$  آن گاه:  $|\alpha - \beta| = \left| -\frac{3}{2} - 1 \right| = \frac{5}{2} = 2/5$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰

$$x = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{4} \Rightarrow A \left( 1, \frac{1}{4} \right), y' = \frac{-2x}{(x^2 + 1)^2} \Rightarrow \text{مماس } m = y'(1) = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{مماس } m = 2$$

$$\text{معادله خط قائم: } y - \frac{1}{4} = 2(x - 1) \xrightarrow{x=1} \text{ عرض از مبدأ: } y = -2 + \frac{1}{4} = \frac{-3}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۱

$$\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{14}}{5}$$

طرفین به توان ۲

$$\rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = \frac{14}{25}$$

$$\Rightarrow 1 - 2 \sin x \cos x = \frac{14}{25} \Rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{11}{25}$$

$$A = \sin x + \cos x \Rightarrow A^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x$$

$$= 1 + \frac{11}{25} = \frac{36}{25} \Rightarrow A = \frac{6}{5} = 1/2$$

توجه: چون  $0 < x < \frac{\pi}{4}$ ، بنابراین  $\sin x > 0$  و  $\cos x > 0$  و در نتیجه  $A > 0$ .

$$f(x) = \sqrt{2x}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0.98 \\ x_2 = 1.02 \end{cases} \Rightarrow \text{آهنگ متوسط} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{\sqrt{2/56} - \sqrt{1/96}}{1.02 - 0.98} = \frac{1/6 - 1/4}{0.04} = \frac{0.1667 - 0.25}{0.04} = \frac{-0.0833}{0.04} = -2.0825$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \frac{1}{\sqrt{2x}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{2x}}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2x} = \frac{4}{9} \Rightarrow x = \frac{9}{8}$$

$$y = a \sin\left(\frac{\pi}{2} - \pi bx\right) = a \cos(\pi bx)$$

$$T = \frac{2\pi}{|\pi b|} = \frac{2}{|b|} = 2 \Rightarrow \begin{cases} b = \pm 1 \\ a = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 5 \\ a + b = 3 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + ax + b - 1) = 0 \Rightarrow +b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + ax}{\sqrt{1 + 4x} - 1} = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + ax)(\sqrt{1 + 4x} + 1)}{(\sqrt{1 + 4x} - 1)(\sqrt{1 + 4x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(x^2 + ax)}{\sqrt{(1 + 4x)^2} - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(x^2 + ax)(\sqrt{(1 + 4x)^2} + 1)}{(\sqrt{(1 + 4x)^2} - 1)(\sqrt{(1 + 4x)^2} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \times 2(x^2 + ax)}{1 + 4x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x(x + a)}{4x} = 2$$

$$\Rightarrow a = 2 \Rightarrow a + b = 2 + 1 = 3$$

$$x \geq 1 \Rightarrow f(x) = 3 - 2(x - 1) = -2x + 5 \Rightarrow f(g(x)) = -2g(x) + 5 = x$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{5 - x}{2} \Rightarrow g(-1) = \frac{6}{2} = 3$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴

